

IX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE : Día 23 de abril de 2005

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ () EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

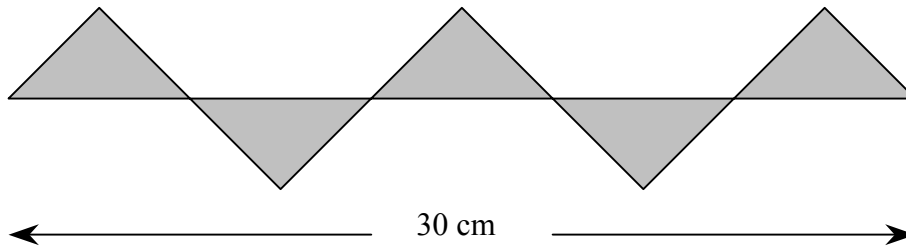
CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

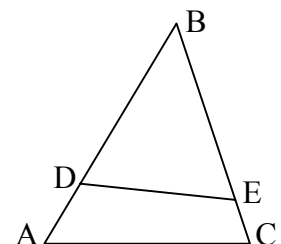
COLABORAN:

***Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Ediciones S.M., Grupo ANAYA y El Corte Inglés***

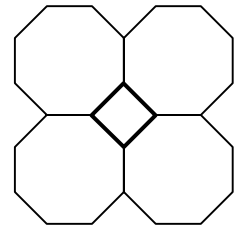
- 1.- El mayor número de cuatro cifras distintas, múltiplo de 11, lo es también de:
A) ocho B) nueve C) trece D) diecisiete E) quince.
- 2.- $99 = 11 \times 9$; $1001 = 11 \times 91$; $9999 = 11 \times 909$; $100001 = 11 \times 9091$; $999999 = 11 \times 90909$; y así sucesivamente. ¿Cuánto suman las cifras del número obtenido al dividir $(10^{12} - 1)$ entre 11?
A) 108 B) 109 C) 72 D) 54 E) 55.
- 3.- La figura que te mostramos está compuesta por 5 triángulos rectángulos isósceles idénticos. ¿Cuál es, en cm^2 , la suma de sus áreas?



- A) 20 B) 25 C) 35 D) 45 E) 50.**
- 4.- Si $x > y > 0$, entonces $\frac{x^y \cdot y^x}{y^y \cdot x^x}$ es igual a:
A) $(x - y)^{y/x}$ B) $\left(\frac{y}{x}\right)^{x-y}$ C) 1 D) $\left(\frac{x}{y}\right)^{y+x}$ E) $(x - y)^{x/y}$.
- 5.- El cociente entre a y b es $\frac{4}{3}$; entre c y d es $\frac{3}{2}$ y entre d y b , $\frac{1}{6}$. ¿Cuál es el cociente entre a y c ?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{27}{4}$ E) 12.
- 6.- ¿Para cuántos enteros positivos k , se verifica que la ecuación $kx - 12 = 3k$, de incógnita x , tiene solución entera?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7.
- 7.- La suma $0,\widehat{1} + 0,\widehat{2} + 0,\widehat{3} + \dots + 0,\widehat{9}$ es igual a:
A) 5 B) $5,\widehat{5}$ C) $1,\widehat{8}$ D) 2 E) $11,\widehat{1}$
- 8.- En un cuadrilátero los ángulos están en progresión geométrica de razón 2. ¿Cuál es la diferencia entre el ángulo mayor y el menor?
A) 168° B) 150° C) 135° D) 120° E) 90° .
- 9.- En el triángulo ABC de la figura, el ángulo \hat{A} mide 55° . Si $BD = BE$ y el ángulo \hat{BDE} mide 65° , ¿cuánto mide el ángulo \hat{C} ?
A) 60° B) 65° C) 70° D) 75° E) 80° .



- 10.- Rodeamos un polígono regular de “ m ” lados por m polígonos regulares de “ n ” lados cada uno, sin que haya huecos ni superposiciones. (En la figura que te mostramos, $m = 4$ y $n = 8$).
¿Cuánto vale n si $m = 10$?

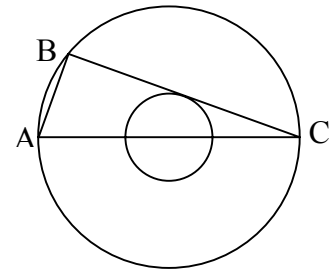


- A) 5 B) 6 C) 14 D) 20 E) 26.

- 11.- El resto de dividir $10^8 + 1$ entre 11 es:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4.

- 12.- Los radios de dos circunferencias concéntricas están en la razón 1 a 3. Si AC es un diámetro de la circunferencia grande, BC una cuerda de la grande tangente a la pequeña y $AB = 12$, el radio de la circunferencia grande es:



- A) 13 B) 18 C) 21 D) 24
E) 26.

- 13.- Definimos la operación “ \odot ” como $x \odot y = 4x - 3y + xy$ para cualesquiera números reales x e y . ¿Para cuántos números reales y , se verifica que $3 \odot y = 12$?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) más de 4.

- 14.- El valor de $\sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}}$ es:

- A) $\sqrt{2}$ B) 16 C) 32 D) $\sqrt[3]{12^2}$ E) 512,5.

- 15.- Utilizamos el símbolo R_k para designar a aquellos enteros formados exclusivamente por k unos. Así pues, $R_3 = 111$ y $R_5 = 11111$. Cuando dividimos R_{24} entre R_4 el cociente

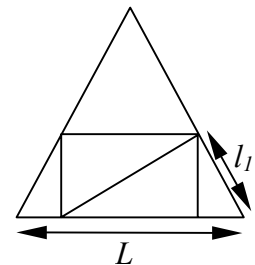
$$Q = \frac{R_{24}}{R_4}$$

es un número entero formado exclusivamente por unos y ceros. ¿Cuántos ceros tiene Q ?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15.

- 16.- El triángulo equilátero de la figura de lado L , está dividido en cinco piezas que se pueden reagrupar formando tres triángulos equiláteros más pequeños, de diferente tamaño y de lados l_1, l_2 , y l_3 ($l_1 < l_2 < l_3$).

La proporción, $\frac{l_1}{L}$, entre el lado del equilátero más pequeño, l_1 y el lado del de partida, L , es:



- A) 2:5 B) 1:3 C) 1:4 D) 3:10
E) 4:9.

- 17.- En una fotocopiadora nos cobran 5 céntimos de euro por cada una de las diez primeras fotocopias, 4 céntimos por cada fotocopia de la once a la cien y 3 céntimos por cada fotocopia de la 101 en adelante. ¿Cuántas fotocopias debemos hacer para que el precio medio nos salga a 3,5 céntimos?

- A) 120 B) 150 C) 180 D) 200 E) 220.

18.- ¿Cuántos capicúas de tres cifras son cuadrados perfectos?

- A) ninguno B) uno C) dos D) tres E) cuatro.

19.- El segmento de extremos $(-5, 0)$ y $(25, 0)$ es el diámetro de una circunferencia. Si el punto $(x, 15)$ pertenece a la circunferencia, ¿cuánto vale x ?

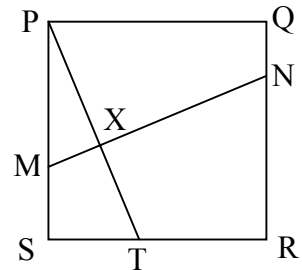
- A) 10 B) 12,5 C) 15 D) 17,5 E) 20.

20.- A Pifio le han propuesto que multiplique un número por 6 y luego sume 24 al resultado, pero como es muy distraído en lugar de multiplicar, divide entre 6 y en vez de sumar, resta 24. Si después de tantas pifias obtiene 16, ¿qué habría obtenido si hubiera hecho las cosas bien?

- A) Menos de 400 B) Entre 400 y 800 C) Entre 800 y 1200
D) Entre 1200 y 1600 E) Más de 1600.

21.- El polígono PQRS de la figura, es un cuadrado de lado 12. Si los segmentos PT y MN son perpendiculares y se cortan en un punto X de tal forma que: $ST = 5$ y $MX = 4$, entonces la longitud de XN es:

- A) 8,5 B) 9 C) 9,5 D) $7\sqrt{2}$
E) 10.



22.- Si el ángulo \hat{A} es el cuádruple de \hat{C} y el complementario de \hat{C} es el cuádruple del complementario de \hat{A} , el ángulo \hat{C} es igual a

- A) 10° B) 12° C) 15° D) 18° E) $22^\circ 30'$.

23.- Sean x y y dos números reales distintos y designamos por $M(x, y)$ al mayor de los dos y $m(x, y)$ al menor de ellos. Si $a < b < c < d < e$, entonces $M[M(a, m(b, c)); m(d, m(a, e))]$ es:

- A) a B) b C) c D) d E) e .

24.- Un rectángulo de lados 8 y $2\sqrt{2}$ tiene el mismo centro que un círculo de radio 2. ¿Cuánto vale el área de la región común a ambos?

- A) 2π B) $2\pi + 2$ C) $4\pi - 4$ D) $2\pi + 4$ E) $4\pi - 2$.

25.- ¿En cuántos casos es falsa la siguiente afirmación?

“Si N es un número entero positivo impar, cuyas cifras suman 4 y ninguna es 0, entonces es primo”

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4.