

IX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE : Día 23 de abril de 2005

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ () EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

***Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Ediciones S.M., Grupo ANAYA y El Corte Inglés***

1.- Dado un cubo de lado 1 m, formamos un triángulo equilátero tomando como vértices los extremos de la diagonal de una cara y otro de los extremos de la diagonal no paralela de la cara opuesta. ¿Cuál es, en m^2 , el área de ese triángulo?

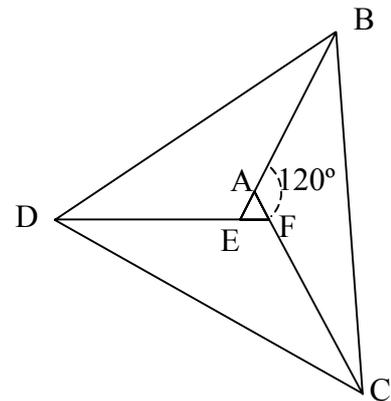
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2.- El valor de $\cotg 10^\circ + \operatorname{tg} 5^\circ$ es igual que

- A) $\operatorname{cosec} 5^\circ$ B) $\operatorname{cosec} 10^\circ$ C) $\operatorname{sec} 5^\circ$ D) $\operatorname{sec} 10^\circ$ E) $\operatorname{sen} 15^\circ$.

3.- El triángulo ABC de lados correspondientes a , b y c tiene un ángulo en A de 120° . Por ello podemos obtener girando, el triángulo equilátero BCD formado por tres triángulos como el de partida y un triángulo equilátero pequeño interior AEF. El área de este triángulo equilátero AEF es:

- A) $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$ B) $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{\sqrt{3}}$
 C) $\frac{\sqrt{3}}{4}(b-c)^2$ D) $\frac{\sqrt{3}}{12}[a^2 - (b^2 - c^2)]$
 E) $a^2 - b^2 - c^2 + bc$.



4.- El resultado de las operaciones $\left[\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{10}{2} \right] \times 6 + 10$, es:

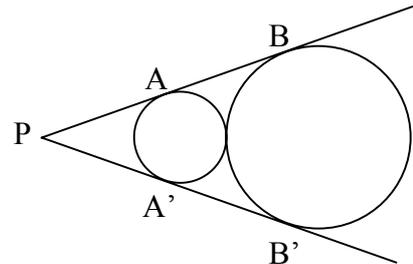
- A) 1000 B) 900 C) 888 D) 876 E) 625.

5.- Los ángulos de un trapecio están en progresión aritmética. Si el más pequeño es 75° el mayor será:

- A) 95° B) 100° C) 105° D) 110° E) 115° .

6.- Las dos circunferencias de la figura son tangentes exteriores y las rectas PAB y PA'B' las tangentes comunes a ambas. Si $PA = AB = 4$, el área del círculo pequeño es:

- A) $1,44\pi$ B) 2π C) $2,56\pi$
 D) $\sqrt{8}\pi$ E) 4π .



7.- ¿Cuál de estos números es el mayor?

- A) $\sqrt[3]{5 \times 6}$ B) $\sqrt{6 \times \sqrt[3]{5}}$ C) $\sqrt{5 \times \sqrt[3]{6}}$ D) $\sqrt[3]{5 \times \sqrt{6}}$ E) $\sqrt[3]{6 \times \sqrt{5}}$.

8.- ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a $y = x^2 - 3x + 1$?

- A) $y = x + 1$ B) $y = 2x + 3$ C) $y = 3x - 8$ D) $y = -3x$ E) $y = 3x - 1$.

9.- En un plano tomamos dos puntos A y B que distan entre sí 5 unidades. ¿Cuántas rectas de ese plano distan 2 unidades de A y 2 de B?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) Infinitas.

10.- En un triángulo MNP, el baricentro es G (1, 6) y el punto medio T, del lado NP, tiene coordenadas (3,5). ¿Cuáles son las coordenadas de M?

- A) (-3, 8) B) (-1, 7) C) (7, 3) D) (2, 5'5) E) (2, -1).

11.- Un triángulo cuyos lados vienen dados por números enteros tiene de perímetro 8. ¿Cuál es el área?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\frac{16}{9}\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$.

12.- Si existiera $a > 0$, tal que $a^{0,30} = 2$ y $a^{0,48} = 3$, entonces $a^{0,66}$ sería igual a:

- A) 4,5 B) 6 C) 8,1 D) 5 E) 8.

13.- ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a una de las bisectrices de las rectas $r: 3x + 4y = 5$ y $s: y = 0$?

- A) (1, 1) B) (0, 0) C) (1, 2) D) (2, 1) E) (2, -1).

14.- La suma $1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4 + (1+i)^5$ es igual a:

- A) 1_{270° B) $8i$ C) $-8 + i$ D) $8 - i$ E) $\frac{7}{i}$.

15.- ¿Cuántas cifras distintas tiene el resultado de la siguiente suma?

$$1 + 12 + 123 + 1234 + 12345 + 123456 + 1234567 + 12345678 + 123456789$$

- A) nueve B) ocho C) siete D) seis E) cinco.

16.- Si $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2 = S$, ¿cuánto suma $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2$?

- A) $S + 2550$ B) $2S$ C) $4S$ D) $S + 5050$ E) $S + 5075$.

17.- ¿Cuántos números de tres cifras abc verifican que ellos y cba son cuadrados perfectos?

- A) siete B) seis C) cinco D) cuatro E) tres.

18.- En un triángulo ABC , $a = 8$, $b = 5$, y $\cos \hat{C} = \frac{3}{5}$. El área es:

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 25.

19.- Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ y que α está en el primer cuadrante, el $\sin 4\alpha$ es:

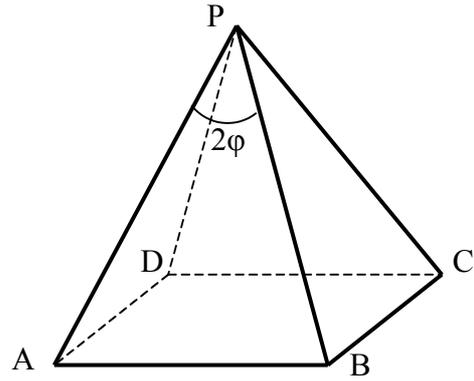
- A) $\frac{48}{625}$ B) $\frac{60}{625}$ C) $\frac{196}{625}$ D) 1 E) $\frac{336}{625}$.

20.- Tenemos cuatro números enteros y si los sumamos de tres en tres obtenemos los siguientes resultados: 180, 197, 208 y 222. ¿Cuál es el mayor de los cuatro números?

- A) 77 B) 83 C) 89 D) 95 E) 96.

21.- Considera una pirámide PABCD cuya base ABCD es un cuadrado y el vértice P equidista de los puntos A, B, C y D. Si $AB = 1$ y el ángulo $\widehat{APB} = 2\varphi$, el volumen de la pirámide es::

- A) $\frac{\operatorname{sen}\varphi}{6}$ B) $\frac{\cot g\varphi}{3}$ C) $\frac{1}{\operatorname{sen}\varphi}$
 D) $\frac{1 - \operatorname{sen}(2\varphi)}{3}$ E) $\frac{\sqrt{\cos(2\varphi)}}{6 \operatorname{sen}\varphi}$.



22.- Para cada entero positivo n , sea $S(n)$ la suma de sus dígitos. ¿Cuántos enteros positivos n verifican que $n + S(n) = 2005$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4.

23.- Si $x, y > 0$ y se verifica que $\log_y(x) + \log_x(y) = \frac{10}{3}$ y $x \cdot y = 144$, entonces $\frac{x+y}{2}$ es igual a:

- A) $12\sqrt{2}$ B) $13\sqrt{3}$ C) 24 D) 30 E) 36.

24.- Sea $f(x) = x^2 + 6x + 1$ y T el conjunto de los puntos (x, y) tales que $f(x) + f(y) \leq 0$ y $f(x) - f(y) \leq 0$. El entero más próximo al valor del área del recinto determinado por el conjunto T, es:

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25.

25.- ¿Cuántos pares ordenados de números reales (a, b) verifican que $(a + bi)^{2005} = a - bi$?

- A) 0 B) 2 C) 1001 D) 2005 E) 2007.