

# DIME TRES RESTOS Y TE DIRÉ EL NÚMERO

I.E.S. Europa (Mostoles)  
 Diana Barrio (4sA)  
 Héctor Rosa (4sA)  
 Adrián Tamayo (4sA)

Si nos dan los restos entre 7, 11 y 13 ( $R_7, R_{11}, R_{13}$ ) de un número desconocido  $x$  entre 1 y 1000 ¿Podremos determinar el número?

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{División entera} \\ \text{Ecuación diofántica} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} D - d_i c_i = R_i \\ a \cdot x + b \cdot y = c \end{array} \right\} \text{Comparando : } \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \quad x = D \\ b = -d_i \quad y = c_i \\ c = R_i \end{array} \right.$$

$$D \in \mathbb{Z} : 1 \leq D \leq \text{mcm}(1, d_i)$$

$$\left. \begin{array}{l} Ec_7 \equiv x - 7c_7 = R_7 \\ Ec_{11} \equiv x - 11c_{11} = R_{11} \\ Ec_{13} \equiv x - 13c_{13} = R_{13} \end{array} \right\}$$

Las tres ecuaciones tienen solución por separado pues el  $\text{MCD}(1, d_i)$  es divisor de  $R_i$

Se pueden resolver relacionándolas por parejas:

$$\left. \begin{array}{l} [Ec_7, Ec_{11}] \rightarrow x_1 - 77u = 22R_7 - 21R_{11}; \quad 1 \leq x_1 \leq \text{mcm}(7,11) \Rightarrow S_i = x_1 + \text{mcm}(7,11) \cdot i \quad i \in \mathbb{Z} \\ [Ec_{11}, Ec_{13}] \rightarrow x_2 + 143v = 78R_{11} - 77R_{13}; \quad 1 \leq x_2 \leq \text{mcm}(11,13) \Rightarrow S_j = x_2 + \text{mcm}(11,13) \cdot j \quad j \in \mathbb{Z} \\ [Ec_7, Ec_{13}] \rightarrow x_3 + 91w = -13R_7 + 14R_{13}; \quad 1 \leq x_3 \leq \text{mcm}(7,13) \Rightarrow S_k = x_3 + \text{mcm}(7,13) \cdot k \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow x = S_i = S_j = S_k$$

Ejemplo para el caso de restos:  $R_7=1; R_{11}=5; R_{13}=9$

7 y 13: $S_i = x_1 + 91i$	$S_i = 22 + 91 \cdot 0 \rightarrow 22$	113	204	295	386	477	568	659	750	<b>841</b>	
11 y 13: $S_j = x_2 + 143j$	$S_j = 126 + 143 \cdot 0 \rightarrow 126$	269	412	555	698	<b>841</b>					
7 y 11: $S_k = x_3 + 77k$	$S_k = 71 + 77 \cdot 0 \rightarrow 77$	148	225	302	379	456	533	610	687	764	<b>841</b>

El valor buscado es aquel en el coinciden las tres series